ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΘΕΤΙΚΩΝ – ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΣΠ.
Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
5/11/2017

ΖΗΤΗΜΑ 1

1. Αν για κάθε f,g: $A \to \boldsymbol{R}$ ισχύει $f \cdot g = 0$ τότε f(x) =0 ή g(x) =0 **Σ Λ**

2. Αν για κάθε f,g: $A \to \boldsymbol{R}$ ισχύει $f^2 = g^2$ τότε f(x)=g(x) ή f(x)=-g(x) **Σ Λ**

3. Αν σε ένα όριο έχουμε απροσδιόριστη μορφή τότε πάντα έχουμε για αποτέλεσμα πραγματικό αριθμό **Σ Λ**

4. Αν f συνεχής στο [α,β] και $f(\alpha) \cdot f(\beta) > 0$ τότε δεν υπάρχει $\chi_0 \in [\alpha, \beta]$ έτσι ώστε $f(x_0) = 0$ **Σ Λ**

5. Αν f συνεχής και 1-1 στο [α,β] τότε είναι και γνησίως μονότονη **Σ Λ**

6. Αν f,g $A \to \boldsymbol{R}$ είναι 1-1 τότε και η f+g είναι 1-1 **Σ Λ**

7. Αν για f: $A \to \boldsymbol{R}$ ισχύει $f(\chi) > 0$ *κοντά στο* $\boldsymbol{x_0}$ τότε $\lim\limits_{\chi \to \chi_o} f(x) > 0$ **Σ Λ**

8. Αν για τις συναρτήσεις f,g: $A \to \boldsymbol{R}$ υπάρχει το $\lim\limits_{\chi \to \chi_0} [f(x) \cdot g(x)]$ τότε πάντοτε ισχύει:

$$\lim_{\chi \to \chi_0} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{\chi \to \chi_0} f(x) \cdot \lim_{\chi \to \chi_0} g(x)$$

Σ Λ

9. Αν οι συναρτήσεις f,g με πεδίο ορισμού το Δ δεν είναι συνεχείς στο $\chi_o \epsilon \Delta$ τότε η συνάρτηση f+g μπορεί να είναι συνεχής στο χ_o **Σ Λ**

10. Αν η συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το R είναι συνεχής στο x=0 και ισχύει $xf(x) = \eta\mu 3x$ *για κάθε* $x \in \boldsymbol{R}$ τότε f(0)=3 **Σ Λ**

20 Μονάδες

Να συμπληρώσετε τα κενά:

$\boldsymbol{i}$) $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = \cdots$ $\boldsymbol{ii}$) $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{-x} = \cdots$

$\boldsymbol{iii}$) $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln(x) = \cdots$ $\boldsymbol{iv}$) $\lim\limits_{x \to -\infty} \ln(-x) = \cdots$

$\boldsymbol{v}$) $\lim\limits_{x \to 0^+} e^{\frac{1}{x}} = \cdots$

5 Μονάδες

ΖΗΤΗΜΑ 2

Έστω η συνάρτηση $f(x) = 2 - \ln(2-x)$.

i) Να μελετήσετε τη μονοτονία και να βρείτε το σύνολο τιμών της συνάρτησης.

7 Μονάδες

ii) Αφού δείξτε ότι είναι "1-1" να βρείτε την αντίστροφη συνάρτηση της f

5 Μονάδες

iii) Να βρείτε το όριο $\lim_{x\to 2} \frac{f^{-1}(x)\eta\mu(x-2)}{x^2-3x+2}$

5 Μονάδες

iv) Αφού δείξετε ότι η f διέρχεται από το σημείο (2-e,1), να λύσετε την ανίσωση $f^{-1}(2-\ln(2-x^2)) < -e+2$

8 Μονάδες

ΖΗΤΗΜΑ 3

Α. Για την συνάρτηση f ισχύει $2\sqrt{2x} \le f(x) \le x+2$.

i) Να δείξετε ότι είναι συνεχής στο $x_0=2$

ii) Να δείξετε ότι η f είναι παραγωγίσιμη στο x=2 και να βρείτε την τιμή *f΄(2).*

4+5 Μονάδες

Β. Να βρείτε τα α,βϵR έτσι ώστε η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+4}-\alpha x+\beta}{x} & ,x>0 \\ x+2 & ,x\le 0 \end{cases}$ να είναι συνεχής στο R

9 Μονάδες

Γ. Να βρείτε το όριο $\lim_{x\to+\infty} \frac{x^2}{x+2018+\eta\mu x}$

7 Μονάδες

ΖΗΤΗΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση f:(0,+∞)→R, συνεχής με f(x)≠0 και $e^{2f(x)} - 2e^{f(x)} = \frac{1-x^2}{x^2}$, για κάθε x>0.

i) Να δείξετε ότι $f(x) = \ln\left(1+\frac{1}{x}\right), x>0$

4 Μονάδες

ii) Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία της και να βρείτε το σύνολο τιμών της

5 Μονάδες

iii) Να δείξετε ότι υπάρχει μοναδικό kϵ(0,1) ώστε $e^k = 1+\frac{1}{k}$ και να λύσετε την ανίσωση f(f(x))>k

5 Μονάδες

iv) Αν α,β με α<β, ρίζες της εξίσωσης x^2-3x+1=0, να δείξετε ότι

α) f(α)+f(β)=ln5

6 Μονάδες

β) υπάρχει μοναδικό ξϵ(α,β) ώστε $f(\xi) = ln\sqrt{5}$

5 Μονάδες